JAC

XASC-MAT-(OPT.)-ASC

MAT
Arts/Science/Commerce

Total No. of Pages : 40
पृष्ठों की कुल संख्या : 40

झारखण्ड अधिविद्य परिषद्

ANNUAL INTERMEDIATE EXAMINATION – 2025

MATHEMATICS

(Optional)

Total Time : 3 Hours 15 minute
कुल समय : 3 घंटे 15 मिनट

Full Marks : 80
पूर्णांक : 80

General Instructions / सामान्य निर्देश :

1. This Question Booklet has *two* Parts — **Part-A** and **Part-B**.

   इस प्रश्न-पुस्तिका में दो भाग — **भाग-A** तथा **भाग-B** हैं।

2. **Part-A** is of MCQ Type having **30** marks and **Part-B** is of Subjective Type having **50** marks.

   भाग-A में **30** अंक के बहुविकल्पीय प्रश्न तथा **भाग-B** में **50** अंक के विषयनिष्ठ प्रश्न हैं

3. The candidate has to answer in the Answer Booklet which will be provided separately.

   परीक्षार्थी को अलग से उपलब्ध कराई गई उत्तर-पुस्तिका में उत्तर देना है।

MATHEMATICS

4. **Part-A** — There are **30** Multiple Choice Questions having four (4) options (A, B, C & D). The candidate has to write the correct option in the Answer Booklet. *All* questions are compulsory. Each question carries **1** mark. There is no negative marking for wrong answer.

भाग-A — इसमें **30** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनके 4 विकल्प (A, B, C तथा D) हैं। परीक्षार्थी को उत्तर-पुस्तिका में सही उत्तर लिखना है। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है। गलत उत्तर के लिए कोई अंक काटा नहीं जाएगा।

5. **Part-B** — There are *three* sections : **Section-A, B** & **C**.

This part is of Subjective Type having Very Short Answer, Short Answer & Long Answer Type questions. Total number of questions is **22**.

Section-A — Question Nos. **31-38** are Very Short Answer Type. Answer any **6** questions. Each question carries **2** marks.

Section-B — Question Nos. **39-46** are Short Answer Type. Answer any **6** questions. Each question carries **3** marks.

Section-C — Question Nos. **47-52** are Long Answer Type. Answer any **4** questions. Each question carries **5** marks.

भाग-B — इस भाग में तीन खण्ड — खण्ड-A, B तथा C हैं। इस भाग में अति लघु उत्तरीय, लघु उत्तरीय तथा दीर्घ उत्तरीय प्रकार के विषयनिष्ठ प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 22 है।

खण्ड-A — प्रश्न संख्या **31-38** अति लघु उत्तरीय हैं। किन्हीं **6** प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

खण्ड-B — प्रश्न संख्या **39-46** लघु उत्तरीय हैं। किन्हीं **6** प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न **3** अंक का है।

खण्ड-C — प्रश्न संख्या **47-52** दीर्घ उत्तरीय हैं। किन्हीं **4** प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न **5** अंक का है।

6. Draw neat and clear diagrams wherever necessary.

जहाँ आवश्यक हो स्वच्छ तथा स्पष्ट रेखाचित्र बनाएँ।

7. ***Candidate has to hand over his/her Answer Booklet to the Invigilator compulsorily before leaving the examination hall.***

परीक्षार्थी परीक्षा भवन छोड़ने के पहले अपनी उत्तर-पुस्तिका वीक्षक को अनिवार्य रूप से लौटा दें।

8. Candidates can take away the Question Booklet after completion of the Examination.

परीक्षा समाप्त होने के उपरांत परीक्षार्थी प्रश्न-पुस्तिका अपने साथ लेकर जा सकते हैं।

Part-A

भाग-A

(Multiple Choice Type Questions)

(बहुविकल्पीय प्रश्न)

Question Nos. **1** to **30** are Multiple Choice Type. Each question has *four* options. Select the correct option and write it in the Answer Sheet. Each question carries 1 mark. $1 \times 30 = 30$

प्रश्न संख्या **1** से **30** तक बहुविकल्पीय प्रकार हैं। प्रत्येक प्रश्न के **चार** विकल्प हैं। सही विकल्प चुनकर उत्तर पुस्तिका में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। $1 \times 30 = 30$

1. Let $A = \{a, b, c\}$ and $R = \{(a, a), (a, b) (b, a)\}$ then R is

(A) reflexive and symmetric but not transitive

(B) reflexive and transitive but not symmetric

(C) symmetric and transitive but not reflexive

(D) an equivalence relation

माना $A = \{a, b, c\}$ तथा $R = \{(a, a), (a, b) (b, a)\}$ है तो R है

(A) स्वतुल्य तथा सममित किन्तु संक्रामक नहीं

(B) स्वतुल्य तथा संक्रामक किन्तु सममित नहीं

(C) सममित तथा संक्रामक किन्तु स्वतुल्य नहीं

(D) एक तुल्यता संबंध

2. If $f(a)=f(b)\Rightarrow a=b\,\forall a,b\in A$ then $f:A\to B$ is what type of function ?

(A) one-one (B) constant

(C) onto (D) many one

यदि $f(a)=f(b)\Rightarrow a=b\,\forall a,b\in A$ तो $f:A\to B$ किस प्रकार का फलन है ?

(A) एकैकी (B) अचर

(C) आच्छादक (D) अनेकैकी

3. If $f:R\to(0,\infty)$ is given by $f(x)=3^x$, then $f^{-1}(x)=$

(A) 3^{-x} (B) x^3

(C) $\log_3 x$ (D) $\log_x 3$

यदि $f:R\to(0,\infty)$, $f(x)=3^x$ द्वारा दिया गया है तो $f^{-1}(x)=$

(A) 3^{-x} (B) x^3

(C) $\log_3 x$ (D) $\log_x 3$

4. The principal value of $\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ is

(A) $\frac{-2\pi}{3}$ (B) $\frac{-\pi}{3}$

(C) $\frac{4\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{3}$

$\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ का मुख्य मान है

(A) $\frac{-2\pi}{3}$ (B) $\frac{-\pi}{3}$

(C) $\frac{4\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{3}$

5. The value of $\cot(\sin^{-1} x)$ is

(A) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ (B) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(C) $\frac{1}{x}$ (D) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

$\cot(\sin^{-1} x)$ का मान है

(A) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ (B) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(C) $\frac{1}{x}$ (D) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

6. If $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2}$, then the value of $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$ is

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π

(C) 0 (D) $\frac{2\pi}{3}$

यदि $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ है तो $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y$ का मान है

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π

(C) 0 (D) $\frac{2\pi}{3}$

7. Which of the given values of x and y make the following pair of matrices equal ?

$$\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

(A) $x=-\frac{1}{3}, y=7$ (B) Not possible to find

(C) $x=-\frac{2}{3}, y=7$ (D) $x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{2}{3}$

x तथा y के प्रदत्त किन मानों के लिए आव्यूहों के निम्नलिखित युग्म समान है ?

$$\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

(A) $x=-\frac{1}{3}, y=7$

(B) ज्ञात करना संभव नहीं है

(C) $x=-\frac{2}{3}, y=7$

(D) $x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{2}{3}$

8. The matrix $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ is a

(A) square matrix

(B) diagonal matrix

(C) unit matrix

(D) scalar matrix

आव्यूह $A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 4\\ 0 & 4 & 0\\ 4 & 0 & 0\end{bmatrix}$ एक है

(A) वर्ग आव्यूह

(B) विकर्ण आव्यूह

(C) इकाई आव्यूह

(D) अदिश आव्यूह

9. If matrix $A=[a_{ij}]_{2\times 2}$, where $a_{ij}=\begin{cases}1 & \text{if } i\neq j\\ 0 & \text{if } i=j\end{cases}$, then $A^2=$

(A) I

(B) A

(C) 0

(D) none of these

यदि आव्यूह $A=[a_{ij}]_{2\times 2}$ जहाँ $a_{ij}=\begin{cases}1 & \text{यदि } i\neq j\\ 0 & \text{यदि } i=j\end{cases}$ तो $A^2=$

(A) I

(B) A

(C) 0

(D) इनमें से कोई नहीं

10. The value of x for which the matrix $A=\begin{bmatrix} x & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ is singular matrix, is

(A) 1 (B) 0

(C) -1 (D) 2

x का मान है, जिसके लिए आव्यूह $A=\begin{bmatrix} x & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है, है

(A) 1 (B) 0

(C) -1 (D) 2

11. If $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ be such that $A^{-1}=kA$, then $k=$

(A) 19 (B) $\frac{1}{19}$

(C) -19 (D) $-\frac{1}{19}$

यदि $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & -2\end{bmatrix}$ इस प्रकार है कि $A^{-1}=kA$, तो $k=$

(A) 19

(B) $\frac{1}{19}$

(C) -19

(D) $-\frac{1}{19}$

12. If $\begin{vmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x & 3\\ 2x & 5\end{vmatrix}$ then $x=$

(A) 2

(B) 4

(C) 0

(D) 1

यदि $\begin{vmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x & 3\\ 2x & 5\end{vmatrix}$ तो $x=$

(A) 2

(B) 4

(C) 0

(D) 1

13. The function $f(x) = [x]$, where $[\ x\ ]$ denotes the greatest integer less than or equal to x, is continuous on

(A) $x = 1$ (B) $x = 1{\cdot}5$

(C) $x = -2$ (D) $x = 4$

फलन $f(x) = [x]$, जहाँ $[\ x\ ]$ उस महत्तम पूर्णांक को प्रकट करता है, जो x से कम या उसके बराबर है, संतत है

(A) $x = 1$ पर (B) $x = 1{\cdot}5$ पर

(C) $x = -2$ पर (D) $x = 4$ पर

14. The function $f(x)=|x|$ at $x = 0$ is

(A) continuous but not differentiable

(B) differentiable but not continuous

(C) continuous and differentiable

(D) neither continuous nor differentiable

फलन $f(x)=|x|$, $x = 0$ पर है

(A) संतत परन्तु अवकलनीय नहीं

(B) अवकलनीय परन्तु संतत नहीं

(C) संतत तथा अवकलनीय

(D) न ही संतत और न ही अवकलनीय

15. $\frac{d}{dx}\sin x^3 =$

(A) $3x^3 \cos x^2$

(B) $3x^2 \cos x^3$

(C) $3x^3 \cos x^3$

(D) $-3x^3 \cos x^3$

16. If $y=\sin^{-1}(3x-4x^3)$ then $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$

(B) $\frac{-4}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) $\frac{3}{\sqrt{1+x^2}}$

(D) $\frac{-3}{\sqrt{1+x^2}}$

यदि $y=\sin^{-1}(3x-4x^3)$ है तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$

(B) $\frac{-4}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) $\frac{3}{\sqrt{1+x^2}}$

(D) $\frac{-3}{\sqrt{1+x^2}}$

17. If $x = a\sec\theta, y = b\tan\theta$ then $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{b}{a}\sec\theta$

(B) $\frac{b}{a}\operatorname{cosec}\theta$

(C) $\frac{b}{a}\cot\theta$

(D) none of these

यदि $x = a\sec\theta, y = b\tan\theta$ है तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{b}{a}\sec\theta$

(B) $\frac{b}{a}\operatorname{cosec}\theta$

(C) $\frac{b}{a}\cot\theta$

(D) इनमें से कोई नहीं

18. If $y = 2\sin x + 3\cos x$ then $\frac{d^2y}{dx^2} =$

(A) y

(B) $\frac{1}{y}$

(C) $-y$

(D) $-\frac{1}{y}$

यदि $y = 2\sin x + 3\cos x$ है तो $\frac{d^2y}{dx^2} =$

(A) y

(B) $\frac{1}{y}$

(C) $-y$

(D) $-\frac{1}{y}$

19. $\int x^{\frac{5}{3}}\,dx =$

(A) $\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}} + c$

(B) $\frac{8}{3}x^{\frac{8}{3}} + c$

(C) $\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}} + c$

(D) $\frac{5}{3}x^{\frac{8}{3}} + c$

20. $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\,dx =$

(A) $-\tan^{-1}(\sin x) + c$

(B) $\tan^{-1}(\cos x) + c$

(C) $\tan^{-1}(\sin x) + c$

(D) $-\tan^{-1}(\cos x) + c$

21. $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ if

(A) $f(x)$ is an even function

(B) $f(x)$ is an odd function

(C) $f(2a-x) = f(x)$

(D) $f(2a-x) = -f(x)$

$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ यदि

(A) $f(x)$ एक सम फलन है

(B) $f(x)$ एक विषम फलन है

(C) $f(2a-x) = f(x)$

(D) $f(2a-x) = -f(x)$

22. Integrating factor of differential equation $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^4 - 3x$ is

(A) x

(B) $\log x$

(C) $\frac{1}{x}$

(D) $-x$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^4 - 3x$ का समाकलन गुणांक है

(A) x

(B) $\log x$

(C) $\frac{1}{x}$

(D) $-x$

23. The vector with initial point $P\ (2, -3, 5)$ and terminal point $Q\ (3, -4, 7)$ is

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

(B) $5\hat{i} - 7\hat{j} + 12\hat{k}$

(C) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

(D) none of these

प्रारंभिक बिन्दु $P(2, -3, 5)$ तथा अंतिम बिन्दु $Q(3, -4, 7)$ से निरूपित सदिश है

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $5\hat{i} - 7\hat{j} + 12\hat{k}$

(C) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ (D) इनमें से कोई नहीं

24. The value of λ for which the vectors $3\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are parallel is

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$

λ के किस मान के लिए सदिश $3\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ समान्तर है ?

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$

25. If the projection of $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ on $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$ is zero, then the value of λ is

(A) 0

(B) 1

(C) $-\frac{2}{3}$

(D) $-\frac{3}{2}$

यदि $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ का प्रक्षेपण $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$ पर शून्य है तो λ का मान है

(A) 0

(B) 1

(C) $-\frac{2}{3}$

(D) $-\frac{3}{2}$

26. If $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ are unit vectors along three mutually perpendicular directions, then

(A) $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$

(B) $\hat{i} \times \hat{j} = 1$

(C) $\hat{i} \cdot \hat{j} = 0$

(D) $\hat{i} \times \hat{k} = 0$

यदि $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ तीन परस्पर लम्बवत दिशा में इकाई सदिश हैं तो

(A) $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$

(B) $\hat{i} \times \hat{j} = 1$

(C) $\hat{i} \cdot \hat{j} = 0$

(D) $\hat{i} \times \hat{k} = 0$

27. The vector equation of the x-axis is

(A) $\vec{r} = \hat{i}$

(B) $\vec{r} = \hat{j} + \hat{k}$

(C) $\vec{r} = \lambda \hat{i}$

(D) none of these

x-अक्ष का सदिश समीकरण है

(A) $\vec{r} = \hat{i}$

(B) $\vec{r} = \hat{j} + \hat{k}$

(C) $\vec{r} = \lambda \hat{i}$

(D) इनमें से कोई नहीं

28. The Cartesian equation of a line is $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{-1}$. Its vector equation is

(A) $\vec{r}=(-\hat{i}+2\hat{j}-5\hat{k})+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$

(B) $\vec{r}=(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})+\lambda(\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k})$

(C) $\vec{r}=(\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k})+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$

(D) none of these

एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{-1}$ है। इसका सदिश समीकरण है

(A) $\vec{r}=(-\hat{i}+2\hat{j}-5\hat{k})+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$

(B) $\vec{r}=(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})+\lambda(\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k})$

(C) $\vec{r}=(\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k})+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$

(D) इनमें से कोई नहीं

29. If A and B are mutually exclusive events such that $P(A)=0\cdot4, P(B)=x$ and $P(A\cup B)=0\cdot5$ then $x=$

(A) $0\cdot2$

(B) $0\cdot1$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) none of these

यदि A तथा B परस्पर अपवर्जी घटना इस प्रकार है कि $P(A)=0\cdot4, P(B)=x$ तथा $P(A\cup B)=0\cdot5$ तो $x=$

(A) $0\cdot2$

(B) $0\cdot1$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) इनमें से कोई नहीं

30. If $P(A)=\frac{7}{13}$, $P(B)=\frac{9}{13}$ and $P(A \cap B)=\frac{4}{13}$ then $P\left(\frac{A}{B}\right)=$

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$

(C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$

यदि $P(A)=\frac{7}{13}$, $P(B)=\frac{9}{13}$ तथा $P(A \cap B)=\frac{4}{13}$ है तो $P\left(\frac{A}{B}\right)=$

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$

(C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$

Part-B

भाग-B

(Subjective Type Questions)

(विषयनिष्ठ प्रश्न)

Section – A

खण्ड – A

(Very short answer type questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *six* questions. $2 \times 6 = 12$

किन्हीं छः प्रश्नों के उत्तर दें।

31. Show that the function $f:R\to R$ given by $f(x)=x^3$ is one-one (injective).

सिद्ध कीजिए कि $f(x)=x^3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f:R\to R$ एकैकी (injective) है।

32. Prove that $\tan\frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]=\frac{x+y}{1-xy}$.

सिद्ध कीजिए कि $\tan\frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]=\frac{x+y}{1-xy}$.

33. If the area of triangle is 3 sq units with vertices (1, 3), (0, 0) and (k, 0) then find the value of k.

यदि शीर्ष (1, 3), (0, 0) तथा (k, 0) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 3 वर्ग इकाई हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

34. If $x=a(0+\sin 0)$, $y=a(1-\cos 0)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x=a(0+\sin 0)$, $y=a(1-\cos 0)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

35. Evaluate : $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)}\,dx$.

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)}\,dx$.

36. Evaluate : $\int \frac{\cos 2x-\cos 2\alpha}{\cos x-\cos \alpha}\,dx$.

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\cos 2x-\cos 2\alpha}{\cos x-\cos \alpha}\,dx$.

37. Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx}=-4xy^2$ if $y = 1$ when $x = 0$.

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=-4xy^2$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, यदि $y = 1$ जब $x = 0$ हो।

38. Two coins are tossed once. Find $P\left(\frac{E}{F}\right)$ where

E = tail appears on one coin

F = one coin shows head

दो सिक्कों को एक बार उछाला जाता है तो $P\left(\frac{E}{F}\right)$ ज्ञात कीजिए जहाँ

E = एक सिक्के पर पट प्रकट होता है।

F = एक सिक्के पर चित प्रकट होता है।

Section – B

खण्ड – B

(Short answer type questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *six* questions. $3 \times 6 = 18$

किन्हीं छः प्रश्नों के उत्तर दें।

39. Find the value of k for which the function

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{if } x \leq 5 \\ 3x - 5, & \text{if } x > 5 \end{cases}$$

is continuous at $x = 5$.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए फलन

$$f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{यदि } x \leq 5 \\ 3x-5, & \text{यदि } x > 5 \end{cases}$$

$x = 5$ पर संतत है।

40. Find the interval in which the function

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 105x + 25$ is

(a) increasing (b) decreasing

अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = x^3 + 3x^2 - 105x + 25$

(a) वर्धमान (b) ह्रासमान है ।

41. The volume of a cube is increasing at a rate of 9 cm^3/sec. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 10 centimetres ?

एक घन का आयतन 9 cm^3/sec की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई 10 cm है तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

42. Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{2025} x}{\sin^{2025} x + \cos^{2025} x}\, dx = \frac{\pi}{4}$.

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{2025} x}{\sin^{2025} x + \cos^{2025} x}\, dx = \frac{\pi}{4}$.

43. Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ के द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

44. Evaluate : $\int \frac{x}{x^4 - x^2 + 1}\, dx$.

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x}{x^4 - x^2 + 1}\, dx$.

45. Find the angle between the following pair of lines :

$\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$

and $\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$.

निम्नलिखित रेखा युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए :

$\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$

तथा $\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$.

46. If $\vec{a_1} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b_1} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{a_2} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ and

$\vec{b_2} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ then find

(a) $\vec{a_2} - \vec{a_1}$ (b) $\vec{b_1} \times \vec{b_2}$ (c) $(\vec{b_1} \times \vec{b_2}).(\vec{a_2} - \vec{a_1})$

यदि $\vec{a_1} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b_1} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{a_2} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ तथा

$\vec{b_2} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तो ज्ञात कीजिए

(a) $\vec{a_2} - \vec{a_1}$ (b) $\vec{b_1} \times \vec{b_2}$ (c) $(\vec{b_1} \times \vec{b_2}).(\vec{a_2} - \vec{a_1})$

Section – C

खण्ड – C

(Long answer type questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *four* questions. 5 × 4 = 20

किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दें।

47. Use the product of matrices $\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\0 & 2 & 3\\3 & 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\9 & 2 & 3\\6 & 1 & 2\end{bmatrix}$ to solve the following system of equations.

$$x - y + 2z = 1$$

$$2y - 3z = 1$$

$$3x - 2y + 4z = 2$$

आव्यूहों के गुणनफल $\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\0 & 2 & 3\\3 & 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\9 & 2 & 3\\6 & 1 & 2\end{bmatrix}$ का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - y + 2z = 1$$

$$2y - 3z = 1$$

$$3x - 2y + 4z = 2$$

48. Find local maximum and local minimum values of the function f given by $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 10$.

फलन $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 10$ द्वारा प्रदत्त फलन f के स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

49. Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and

$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$.

रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा

$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

50. An insurance company insured 2,000 scooter drivers, 4,000 car drivers and 6,000 truck drivers. The probabilities of an accident are 0·01, 0·03 and 0·15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver ?

एक बीमा कंपनी 2,000 स्कूटर चालकों, 4,000 कार चालकों तथा 6,000 ट्रक चालकों का बीमा करती है। दुर्घटनाओं की प्रायिकताएँ क्रमशः 0·01, 0·03 तथा 0·15 हैं। बीमाकृत व्यक्तियों में से एक दुर्घटनाग्रस्त हो जाता है। उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है ?

51. Solve the differential equation $x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 - 2y^2 + xy$.

अवकल समीकरण $x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 - 2y^2 + xy$ को हल कीजिए।

52. Solve the linear programming problem graphically :

Minimize $Z = x + 2y$

subject to constraints $2x + y \geq 3$

$x + 2y \geq 6$

and $x, y \geq 0$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल करें :

न्यूनतमीकरण कीजिए $Z = x + 2y$

जबकि व्यवरोध $2x + y \geq 3$

$x + 2y \geq 6$

तथा $x, y \geq 0$